

ЗАСТОСУВАННЯ ДИСКРЕТНИХ РЯДІВ ФУР'Є ДО РОВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПРО НАПРУЖЕНИЙ СТАН КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Цибульник В. О.

Інститут механіки ім. С. П.Тимошенка НАН України

Багато елементів конструкцій сучасної техніки є тонкими оболонками різної форми і складної структури, що знаходяться під дією нерівномірних навантажень. Поряд з оболонками сталої товщини широке застосування знаходять оболонки змінної товщини, тому становить інтерес оцінка їх деформованості та напруженості в залежності від зміни товщини. Поряд з циліндричними оболонками широке застосування мають конічні оболонки.

Математична модель задачі про напружений стан конічної оболонки є складною системою восьми диференціальних рівнянь з частинними похідними [1]. У випадку, коли товщина оболонки змінюється лише в одному координатному напрямку, вдасться розділити змінні і звести задачу до одновимірної, але при зміні товщини в двох координатних напрямках цього зробити не можна. Тому вводимо 14 доповняльних функцій, які включають в себе члени, що заважають відокремленню змінних. Тоді отримуємо систему з восьми рівнянь з 22-ма невідомими функціями – вісім розв'язувальних і 14 доповняльних. Далі подаємо всі ці функції у вигляді розкладів в ряди Фур'є за коловою координатою. Підставивши ці розклади у розв'язувальну систему та граничні умови, розділяючи змінні, приходимо до крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь з відповідними граничними умовами відносно амплітудних значень розв'язувальних і доповняльних функцій.

Рівняння системи інтегруються одночасно для усіх гармонік за допомогою стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації. Для визначення в процесі інтегрування амплітудних значень доповняльних функцій за поточними значеннями розв'язувальних функцій для фіксованої точки по довжині оболонки, розраховуємо у послідовності точок колової координати значення доповняльних функцій і будуємо ряд Фур'є для дискретно заданої функції, який будемо називати дискретним рядом Фур'є. Для початкового інтегрування враховуються граничні умови на цьому краї. Знайдені амплітудні значення доповняльних функцій підставляються у розв'язувальну систему і продовжується інтегрування вздовж оболонки. При цьому застосовується метод Рунге-Кутта з ортогоналізацією в окремих точках.

Можна відзначити, що зі збільшенням кількості точок за коловою координатою, у яких обчислюються значення доповняльних функцій, дискретний ряд Фур'є все менше відрізняється від точного ряду Фур'є. На практиці доводиться використовувати лише декілька перших членів тригонометричного розкладу, оскільки коефіцієнти Фур'є у більшості випадків

швидко спадають, а з ними швидко зменшується і вплив далеких гармонік. Відомо, що у питанні про точність наближень при розрахунках рядів Фур'є важливу роль відіграє швидкість спадання коефіцієнтів Фур'є. Існують наближені підходи, які дозволяють порівняти значення коефіцієнта дискретного ряду Фур'є, побудованого на скінченій множині точок, з точними значеннями цього ж та інших коефіцієнтів ряду Фур'є для тієї ж функції, заданої аналітично. Так в [2] показано, якщо число членів дискретного ряду Фур'є дорівнює 12, то слід враховувати лише два-три члени ряду. Якщо ж число членів дискретного ряду Фур'є дорівнює 24, то можна очікувати прийнятну точність при семи-восьми членах ряду.

Для ілюстрації збіжності розв'язку задачі до точного розглянуто циліндричну оболонку змінної у коловому напрямку товщини при шарнірному спіранні торців. Такі граничні умови на торцях оболонки дозволяють отримати розв'язок задачі на основі двох підходів: 1) за допомогою даного підходу на основі дискретних рядів Фур'є, 2) шляхом розділення змінних у поздовжньому напрямку і розв'язання одновимірної задачі методом дискретної ортогоналізації. Другий підхід можна вважати за точний. Результати розв'язку задачі для деяких параметрів оболонки і видів навантажень показали, що зі збільшенням кількості розрахункових точок за коловою координатою і кількості врахованих членів дискретного ряду Фур'є, розв'язок, отриманий з застосуванням дискретних рядів Фур'є, збігається до точного. Вже при 36 розрахункових точках і 12 врахованих членах дискретного ряду спостерігається співпадіння результатів у третій-четвертій значущій цифрі, тобто до декількох сотих відсотка, що свідчить про достатню точність розв'язку задачі, отриманого на основі даного підходу.

1. Григоренко Я. М., Мукосд А. П. Розв'язання лінійних і нелінійних задач теорії оболонок на ЕОМ. — К.: Либідь, 1992. — 152 с.
2. Фихтенгольц Г. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 3. — М.: Наука, 1969. — 656 с.

THE DISCRETE FOURIER SERIES APPLICATION TO THE SOLUTION OF THE PROBLEM ABOUT STRESSED STATE OF VARIABLE THICKNESS CONICAL SHELLS

The approach to the solution of the boundary-value problems class of bending of conical shells of variable thickness is represented. It is based on discrete Fourier series, used for separation variables in the circular direction and allows to transform the problem into a one-dimensional one. The latter is solved by the stable numerical method of discrete orthogonalization.